

Lokalisierung mittels mengenbasierter nichtlinearer Filterung im Hyperraum

Localization Using Set-theoretic Nonlinear Filtering Methods

Kai Briechle und Uwe D. Hanebeck

Moderne, leistungsfähige Verfahren zur Lokalisierung von Objekten haben in den letzten Jahren eine Vielzahl neuartiger technischer Anwendungen eröffnet. Die Mehrzahl dieser Lokalisierungsverfahren basiert auf Filterverfahren, mit welchen die Lage des zu lokalisierenden Objektes geschätzt wird. Dieser Artikel stellt ein neuartiges *nichtlineares* Filterverfahren vor, das die effiziente Behandlung nichtlinearer Filterprobleme ermöglicht. Es bietet sich damit für Lokalisierungsprobleme an, bei welchen mit herkömmlichen, linearisierenden Filterverfahren oft keine zufrieden stellenden Ergebnisse erzielt werden können. Die Leistungsfähigkeit des vorgestellten Verfahrens wird mit Anwendungen auf prototypische Lokalisierungsprobleme und einem Experiment zur Lokalisierung eines mobilen Roboters belegt.

In recent years methods for localization of objects have found widespread use as the basis for numerous novel technical applications. The majority of these methods are based on filtering algorithms which are used to estimate the position and orientation of the object that shall be localized. In this article, a novel efficient *nonlinear* filtering concept is presented. It is well suited for localization problems for which conventional filtering algorithms based on linearization do not yield satisfactory results. The performance of the proposed algorithm is demonstrated by applications to prototypical localization problems and an experiment, in which a mobile robot is localized.

Schlagwörter: Lokalisierung, nichtlineare Filterverfahren, mengenbasierte Filterung, Zustandsschätzung, mobile Roboter, Winkelmessungen

Keywords: Localization, nonlinear filtering, set-theoretic estimation, mobile robots, angle measurements

1 Einleitung

Mit der Verfügbarkeit preisgünstiger, leistungsfähiger Hardware haben Verfahren zur Lokalisierung (= Ortung) von Objekten eine hohe praktische Bedeutung erlangt. Typische Anwendungen finden sich bei der Ortung von Fahrzeugen [1], Flugzeugen [2], Schiffen [16], mobilen Servicerobotern [4; 18] oder Personen [14]. Neuere Entwicklungen auf diesem Gebiet verfolgen die gleichzeitige Lokalisierung eines mobilen Systems und die Kartierung seiner Umgebung, eine Aufgabenstellung, die im Bereich der mobilen Servicerobotik große Bedeutung hat [4; 6; 20].

Die Mehrzahl der aus der Literatur bekannten Lokalisierungsverfahren basiert auf Filterverfahren zur Zustandsschätzung. Dabei wird die Lage des zu lokalisierenden

Objekts bezüglich eines gegebenen, raumfesten Koordinatensystems S_0 durch einen Zustandsvektor $\underline{x}$ beschrieben. Für diesen wird durch das Filterverfahren auf der Basis eines Systemmodells und einer Menge gegebener, unsicherheitsbehafteter Messungen eine Schätzung $\hat{\underline{x}}$ berechnet. Die Beschreibung der auftretenden Unsicherheiten benutzt im stochastischen Fall bedingte Wahrscheinlichkeitsdichten und im Falle einer mengenbasierten Modellierung Mengen $\mathcal{X}$ möglicher Systemzustände.

Viele der beschriebenen Systeme zur Lokalisierung wurden bisher mit vergleichsweise einfachen Zustandsschätzverfahren, wie etwa dem bekannten Extended-Kalman-Filter (EKF) [15] realisiert [18]. Diese stellen relativ geringe Anforderungen an die verfügbare Rechenkapazität. Neuere, leistungsfähigere, *nichtlineare* Verfahren wie die Partikel-

filter [8] erschließen dagegen Anwendungen, für welche mit linearisierenden Schätzverfahren wie dem *EKF* oft keine zufrieden stellenden Ergebnisse erzielt werden können, siehe zum Beispiel [2; 16]. Allerdings erfordern diese Verfahren im Allgemeinen einen erheblichen Rechenaufwand und die zu Grunde liegenden statistischen Annahmen sind in der Praxis häufig nur schwer zu verifizieren [17]. Für Anwendungen, in denen Wahrscheinlichkeitsdichten von Rauschprozessen nur schwer zu bestimmen sind, aber Amplitudengrenzen angegeben werden können, bietet sich die mengenbasierte Modellierung des betrachteten Systems an [10; 17].

Dieser Artikel beschreibt ein neuartiges, nichtlineares Filterverfahren [5] und dessen Anwendung auf Problemstellungen der Lokalisierung. Das Verfahren basiert auf einer einfach parametrisierten, analytischen Darstellung komplexer Unsicherheiten und erlaubt die effiziente Behandlung nichtlinearer Filterprobleme, sowohl für den Fall mengenbasierter Unsicherheitsbeschreibungen wie auch für den stochastischen Fall. Die Leistungsfähigkeit des Verfahrens wird mit einem Experiment zur Lokalisierung eines mobilen Roboters belegt.

2 Lokalisierung als Problem der Zustandsschätzung

2.1 Problemstellung

Zur Behandlung eines gegebenen Lokalisierungsproblems mit Hilfe von Filterverfahren wird die Lage des zu lokalisierenden Objekts bezüglich eines gegebenen ortsfesten Koordinatensystems S_0 durch einen Zustandsvektor $\underline{x}$ beschrieben. Im Allgemeinen sind sechs Koordinaten $\underline{x} = [x, y, z, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^T \in \mathbb{R}^6$ für die Position und Orientierung des Objekts erforderlich, für viele praktische Lokalisierungsprobleme kann eine vereinfachte Beschreibung in einem niederdimensionaleren Unterraum verwendet werden. Das Problem der Lokalisierung des Objekts wird dann auf ein Zustandsschätzproblem zurückgeführt. Dieses im Allgemeinen nichtlineare Zustandsschätzproblem besteht darin, den Zustand $\underline{x}$ eines nichtlinearen, dynamischen Systems $\mathcal{S}$, welcher selbst nicht direkt beobachtbar ist, auf der Basis des Systemmodells und einer Menge gegebener, unsicherheitsbehafteter Messungen $\underline{z}_i$ zu schätzen. Hierzu wird ein Filterverfahren verwendet, um eine Schätzung $\hat{\underline{x}}$ für den Systemzustand $\underline{x}$ zu berechnen. Dieser Schätzung ist eine quantitative Beschreibung der Unsicherheit zugeordnet, mit welcher sie behaftet ist.

Für die Schätzung des unbekannten Systemzustandes $\underline{x}$ eines dynamischen Systems mit Hilfe von Filterverfahren wird eine mathematische Beschreibung des Systemverhaltens benötigt. Für die Modellierung der auftretenden Unsicherheiten lassen sich zwei Hauptklassen von Unsicherheitsmodellen unterscheiden [19]: 1. Die wahrscheinlichkeitstheoretische Modellierung, welche Unsicherheiten durch Zufallsprozesse beschreibt und 2. die mengenbasierte Modellierung, bei der Unsicherheiten durch Mengen mögli-

cher Werte für die betrachtete unsichere Größe beschrieben werden.

Im Falle mengenbegrenzter Unsicherheiten ist die optimale Lösung des gegebenen Zustandsschätzproblems die minimale Menge $\mathcal{X}_k$ aller möglichen Zustände $\underline{x}_k$, die mit allen Messungen $\underline{z}_i$, $i = 1 \dots k$ bis zum Zeitpunkt k und dem gegebenen Systemmodell kompatibel ist [19]. Der wahre Systemzustand $\underline{x}_k$ ist dabei *garantiert* in $\mathcal{X}_k$ enthalten, wenn die Annahmen über die Unsicherheiten korrekt sind. Für nichtlineare Systeme ergeben sich im Allgemeinen schon für einfache Nichtlinearitäten in der System- oder Messgleichung komplexe Unsicherheitsbeschreibungen für die geschätzten Größen. Im Falle der mengenbasierten Modellierung folgen komplex geformte, nicht konvexe oder nicht zusammenhängende Mengen. Zur Herleitung praktisch anwendbarer, rekursiver Filterverfahren ist daher eine möglichst einfache, *konservative Approximation* der optimalen Lösung durch eine analytische, parametrisierte Darstellung mit einer festen Anzahl von Parametern zweckmäßig [17]. Im Kontext mengenbasierter Unsicherheitsbeschreibungen ist eine solche konservative Approximation eine Menge $\mathcal{X}_k$, welche die Menge $\tilde{\mathcal{X}}_k$ der optimalen Lösung als Teilmenge enthält.

2.2 Modellierung des Systems im Falle mengenbegrenzter Unsicherheiten

Im Folgenden werden dynamische Systeme betrachtet, die durch zeitdiskrete Differenzengleichungen gemäß

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{f}_k(\underline{x}_k, \underline{u}_k) + \underline{w}_k, \quad \underline{w}_k \in \mathcal{W}_k, \quad (1)$$

$$\underline{z}_k = \underline{h}_k(\underline{x}_k) + \underline{v}_k, \quad \underline{v}_k \in \mathcal{V}_k \quad (2)$$

gegeben seien. Die auftretenden unsicheren Größen des Modells (1), (2) werden durch *additive, mengenbegrenzte* Rauschprozesse beschrieben. Dabei ist $\underline{f}_k(\cdot) : \mathbb{R}^N \times \mathbb{R}^R \rightarrow \mathbb{R}^N$ die gewöhnlich nichtlineare Systemgleichung und $\underline{h}_k(\cdot) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ die Messgleichung. N , R und M sind die Dimensionen des Zustands-, des Steuer- und des Messvektors. Der betrachtete Zustandsraum sei mit $S = \mathbb{R}^N$ und der Raum der Messungen mit $T = \mathbb{R}^M$ bezeichnet. $\underline{x}_k$ ist der Zustandsvektor des Systems zum Zeitpunkt k , $\underline{u}_k$ der Vektor der Steuergrößen, und $\underline{w}_k$ der Vektor des Systemrauschens. Analog dazu ist $\underline{v}_k$ der Vektor des Messrauschens.

Für die Schätzung des Systemzustandes $\underline{x}_k$ durch das Filterverfahren sollen gemäß (2) unsicherheitsbehaftete Beobachtungen z_i , $i = 1 \dots M$ zur Verfügung stehen, die zu festen, diskreten Zeitpunkten t_k erfolgen. Sie werden in dem Messvektor $\underline{z}_k$ zusammengefasst.

Im Kontext von Lokalisierungsproblemen beschreibt $\underline{f}_k(\cdot)$ die Dynamik des gegebenen Systems durch kinematische und/oder kinetische Bewegungsgleichungen. Die Messabbildung $\underline{h}_k(\cdot)$ charakterisiert die zur Lokalisierung verwendete Sensorik, die auftretenden Messunsicherheiten werden durch $\underline{v}_k$ beschrieben.

Die Modellierung der Unsicherheiten für dynamische Systeme durch *additive* Rauschprozesse ist für eine große

Klasse praktisch relevanter Systeme näherungsweise zutreffend [12]. $\underline{w}_k$ und $\underline{v}_k$ seien analog zum Ansatz in [17] amplitudenbegrenzt gemäß $\underline{w}_k \in \mathcal{W}_k$ und $\underline{v}_k \in \mathcal{V}_k$. Dabei ist $\mathcal{W}_k$ bzw. $\mathcal{V}_k$ die Menge aller möglichen Werte von $\underline{w}_k$ bzw. $\underline{v}_k$ zum Zeitpunkt k . Das bedeutet, dass keine Information über die Art oder Verteilung der auftretenden Unsicherheiten außer ihrer Mengenbegrenztheit für die Modellierung verwendet wird. Die Systembeschreibung (1) wird der Formulierung des in diesem Artikel vorgestellten, neuartigen, nichtlinearen Filteralgorithmus für den Fall mengenbegrenzter Unsicherheiten zu Grunde gelegt.

3 Das nichtlineare Filterverfahren im Hyperraum

3.1 Filterung im Falle mengenbegrenzter Unsicherheiten

Rekursive Filterverfahren berechnen eine konservative Approximation für die im Allgemeinen nicht geschlossen beschreibbare optimale Lösung, in je zwei aufeinander folgenden Schritten: Im *Prädiktionsschritt* wird aus einer gegebenen Menge $\mathcal{X}_k^e$ zum Zeitpunkt k mit Hilfe des Systemmodells die prädizierte Menge $\mathcal{X}_{k+1}^p$ zum Zeitpunkt $k+1$ bestimmt. Im *Filterschritt* wird die gesuchte, geschätzte Menge $\mathcal{X}_{k+1}^e$ zum Zeitpunkt $k+1$ mit Hilfe des Messmodells, der gegebenen Messung $\underline{z}_{k+1}$ und der prädizierten Menge $\mathcal{X}_{k+1}^p$ berechnet.

Das im Folgenden vorgestellte Verfahren zur nichtlinearen Filterung im Hyperraum beruht nun auf folgender *Kernidee* [4; 13]: Das ursprüngliche, nichtlineare Filterproblem wird aus dem Originalzustandsraum $S = \mathbb{R}^N$ in einen höherdimensionalen Hyperraum S^* transformiert, in dem das Problem *linear* in den transformierten Zustandsgrößen beschrieben werden kann. Zur Lösung dieses transformierten Problems wird dann ein klassisches, lineares Filterverfahren angewendet. Dadurch können kompliziert geformte, nicht konvexe oder nicht zusammenhängende Mengen durch eine einheitliche einfache parametrisierte Darstellung beschrieben werden. Dies führt zu einem Formalismus zur durchgängigen Darstellung und Behandlung nichtlinearer Filterprobleme. Das vorgestellte Verfahren kann sowohl für den Fall mengenbasierter Unsicherheitsbeschreibungen als auch für den stochastischen Fall [5] angewendet werden. Im Folgenden wird das Verfahren für den Fall einer mengenbasierten Unsicherheitsbeschreibung hergeleitet, wobei speziell der Filterschritt betrachtet wird, da dieser in geschlossener Form darstellbar ist.

3.2 Transformation des Filterproblems

Zur Berechnung einer Schätzung des nicht direkt messbaren Systemzustands $\underline{x}_k$ mit Hilfe unsicherheitsbehafteter Messungen $\underline{z}_k$ werde der N -dimensionale Raum S durch eine nichtlineare, vektorwertige Abbildung $\underline{\mathbf{T}}(\cdot) : S \rightarrow S^*$ auf einen L_x -dimensionalen Hyperraum S^* abgebildet, wobei $L_x > N$ sei. Das heißt, der Zustandsvektor $\underline{x}_k$ wird durch

$$\underline{x}_k^* = \underline{\mathbf{T}}(\underline{x}_k) = [T_1(\underline{x}_k) \quad T_2(\underline{x}_k) \quad \cdots \quad T_{L_x}(\underline{x}_k)]^T \quad (3)$$

in einen Zustandsvektor $\underline{x}_k^* \in S^*$ transformiert. Durch die Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ wird also eine N -dimensionale Mannigfaltigkeit U^* in dem L_x -dimensionalen Hyperraum S^* definiert, welche als *universelle Mannigfaltigkeit* bezeichnet sei.

Die Beschreibung einer unsicherheitsbehafteten Schätzung im Originalraum S erfolgt durch die Auswertung einer unsicherheitsbehafteten Schätzung im Hyperraum S^* auf der universellen Mannigfaltigkeit U^* . Für die Beschreibung der unsicherheitsbehafteten Schätzung im Hyperraum durch einfach parametrisierte Mengen werden *pseudo-quadratische Formen* Q^* gemäß

$$Q^*(\underline{x}_k^*) = (\underline{x}_k^* - \hat{\underline{x}}_k^*)^T (\mathbf{C}_k^*)^{-1} (\underline{x}_k^* - \hat{\underline{x}}_k^*) \quad (4)$$

definiert. Dabei ist $\mathbf{C}_k^*$ eine positiv definite $L_x \times L_x$ Matrix und $\hat{\underline{x}}_k^*$ der Vektor, für den $Q^*(\underline{x}_k^*)$ den Wert 0 annimmt. Die Parameter $\mathbf{C}_k^*$ und $\hat{\underline{x}}_k^*$ von Q^* werden im Rahmen des Filterverfahrens ermittelt, wie in Kapitel 3.4 beschrieben wird. Q^* wird als pseudo-quadratische Form bezeichnet, da sie eine quadratische Form in den transformierten Zustandsvariablen $x_{i,k}^*$, $i = 1 \dots L_x$ mit $\underline{x}_k^* = [x_{1,k}^*, x_{2,k}^*, \dots, x_{L_x,k}^*]^T$ ist, *nicht* jedoch in den ursprünglichen Zustandsvariablen $x_{i,k}$, $i = 1 \dots N$. Mittels der pseudo-quadratischen Form Q^* können in S^* direkt so genannte pseudo-ellipsoidale Mengen $\mathcal{X}_k^*$ definiert werden. Diese definieren durch die implizite, wechselseitige Abhängigkeit der transformierten Zustandsvariablen $x_{i,k}^*$ gemäß (3) komplexe Mengen im Originalraum S .

Basierend auf der pseudo-quadratischen Form Q_k^* gemäß (4) sei eine pseudo-ellipsoidale Menge $\mathcal{X}_k^*$ gemäß

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_k^* &= \{ \underline{x}_k^* : Q_k^*(\underline{x}_k^*) \leq 1 \} \\ &= \{ \underline{x}_k^* : (\underline{x}_k^* - \hat{\underline{x}}_k^*)^T (\mathbf{C}_k^*)^{-1} (\underline{x}_k^* - \hat{\underline{x}}_k^*) \leq 1 \} \end{aligned} \quad (5)$$

definiert. $\mathcal{X}_k^*$ ist eine pseudo-ellipsoidale Menge mit Mittelpunktvektor $\hat{\underline{x}}_k^*$ und positiv definiter, symmetrischer Matrix $\mathbf{C}_k^*$ in S^* und definiert zusammen mit der universellen Mannigfaltigkeit U^* eine komplex geformte Menge $\mathcal{X}_k$ aller möglichen Zustände $\underline{x}_k$ im ursprünglichen Zustandsraum S . Die Definitionsungleichung für die Menge $\mathcal{X}_k$ in S ergibt sich durch Substitution der Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ in (5), woraus

$$\mathcal{X}_k = \{ \underline{x}_k : (\underline{\mathbf{T}}(\underline{x}_k) - \hat{\underline{x}}_k^*)^T (\mathbf{C}_k^*)^{-1} (\underline{\mathbf{T}}(\underline{x}_k) - \hat{\underline{x}}_k^*) \leq 1 \} \quad (6)$$

folgt. Die Bestimmung von $\mathcal{X}_k$ gemäß (6) aus $\mathcal{X}_k^*$ kann als Anwendung einer zu $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ inversen Transformation interpretiert werden, die den Zuständen $\underline{x}_k^* \in \mathcal{X}_k^*$ auf der universellen Mannigfaltigkeit U^* die korrespondierenden Zustände $\underline{x}_k \in \mathcal{X}_k \subset S$ zuweist.

BEISPIEL 3.1 *Darstellung einer komplex geformten Menge durch eine pseudo-ellipsoidale Menge.*

Betrachtet werde die nichtlineare Abstandsmessgleichung

$$z_k = x_k^2 + y_k^2 + v_k \quad (7)$$

mit zweidimensionalem Zustandsvektor $\underline{x}_k = [x_k, y_k]^T$, wobei die auftretenden Unsicherheiten amplitudenbegrenzt seien und daher durch Mengen beschrieben werden. Eine Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ in einen $L_x = 3$ -dimensionalen Hyperraum S^* sei durch $\underline{\mathbf{T}}(\underline{x}_k) = [x_k, y_k, x_k^2 + y_k^2]^T$ gegeben, sodass (7) in S^* in einer so genannten pseudo-linearen Form dargestellt werden kann. Diese ist linear in den transformierten Zuständen $\underline{x}_k^*$, nicht aber in den Zuständen $\underline{x}_k$ im Originalraum S . Eine pseudo-ellipsoidale Menge $\mathcal{X}_k^{p,*}$ für die priore Unsicherheit sei mit (5) durch

$$\hat{\underline{x}}_k^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}_k^* = \begin{bmatrix} 1,5 & 0 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0,5 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

und die universelle Mannigfaltigkeit U^* gegeben, welche durch $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ definiert und eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit in $S^* = \mathbb{R}^3$ ist. Bild 1 stellt die gemäß (8) definierte pseudo-ellipsoidale Menge $\mathcal{X}_k^{p,*}$ zusammen mit U^* dar. Während $\mathcal{X}_k^{p,*}$ in den transformierten Zustandsvariablen $\underline{x}_k^*$ eine einfache, ellipsoidale Menge ist, beschreibt sie im ursprünglichen zweidimensionalen Zustandsraum S die in Bild 3 dargestellte, kompliziert geformte Menge $\mathcal{X}_k^p$. Man erkennt, dass $\mathcal{X}_k^p$ nicht einfach zusammenhängend ist, und daher in S nicht durch eine ellipsoidale Menge beschrieben werden kann. Zur Berechnung der Grenzen von $\mathcal{X}_k^p$ ist die Anwendung einer inversen Transformation von S^* nach S erforderlich, welche im Allgemeinen nur numerisch ausgewertet werden kann. Einsetzen der Beispielwerte (8) und der Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ in die Definitionsgleichung des Pseudo-Ellipsoids (5) ergibt gemäß (6) die Ungleichung

$$\mathcal{X}_k^p = \left\{ \underline{x}_k : \frac{2}{3}x_k^2 + \frac{2}{3}y_k^2 + 2(x_k^2 + y_k^2 - 1)^2 \leq 1 \right\}.$$

Für diese Ungleichung kann numerisch ermittelt werden, welche Punkte des Zustandsraums S Teil der Menge $\mathcal{X}_k^p$ sind. Anschaulich gesehen entsteht $\mathcal{X}_k^p$ durch Projektion der

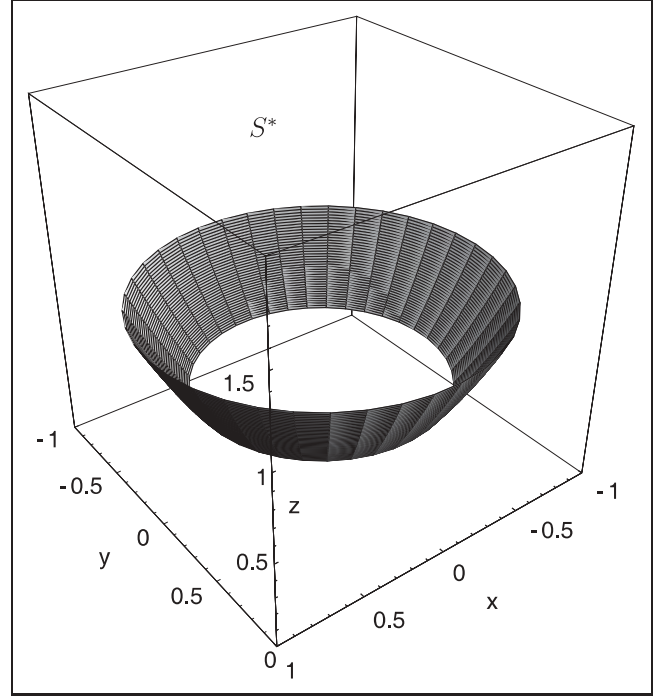


Bild 2: Der Schnitt der universellen Mannigfaltigkeit U^* mit der pseudo-ellipsoidalen Menge $\mathcal{X}_k^{p,*}$ definiert die dargestellte, zweidimensionale Submannigfaltigkeit im Hyperraum S^* .

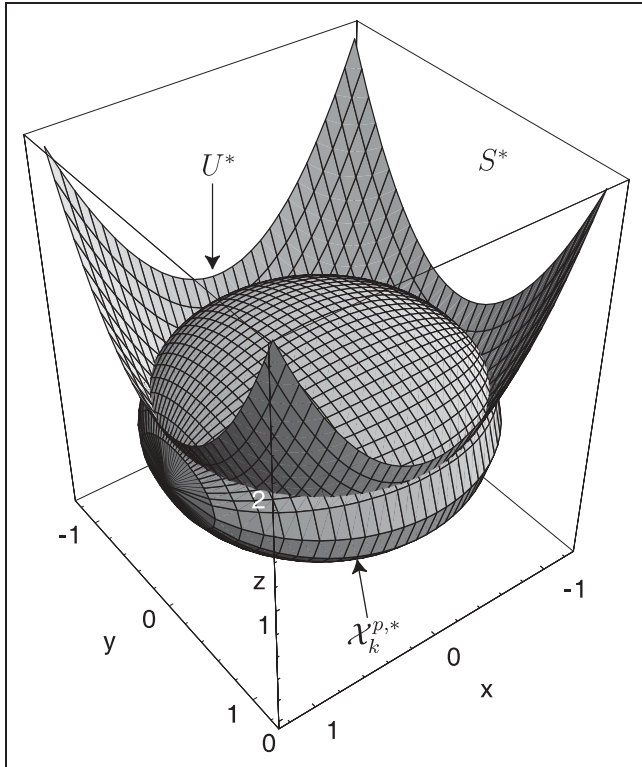


Bild 1: Pseudo-ellipsoidale Menge $\mathcal{X}_k^{p,*}$ in $S^* = \mathbb{R}^3$ und universelle Mannigfaltigkeit U^* für $\underline{\mathbf{T}}(\underline{x}_k) = [x_k, y_k, x_k^2 + y_k^2]^T$.

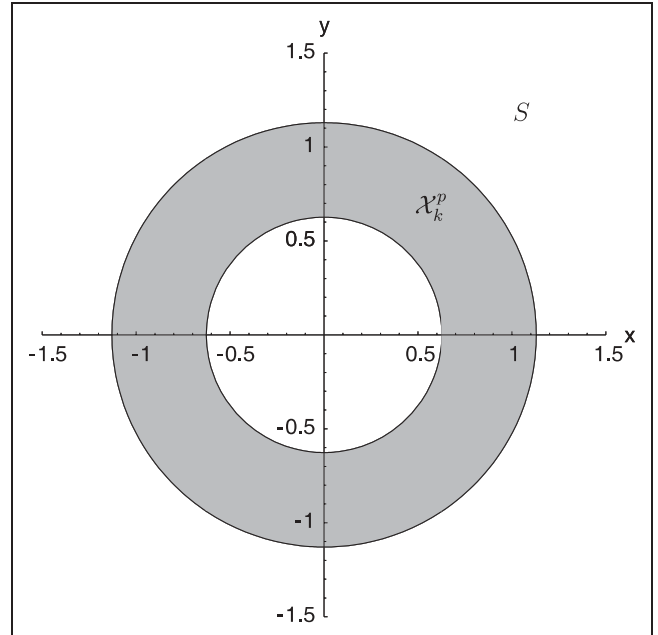


Bild 3: Die kompliziert geformte Menge $\mathcal{X}_k^p$ im Originalraum S . Sie entspricht der Projektion der zweidimensionalen Submannigfaltigkeit, die aus dem Schnitt von U^* mit der pseudo-ellipsoidalen Menge $\mathcal{X}_k^{p,*}$ resultiert, auf den Originalraum S .

Schnittmenge von U^* und $\mathcal{X}_k^{p,*}$, die in Bild 2 dargestellt ist, auf den Originalraum S , siehe Bild 3. $\square$

3.3 Filterung im Hyperraum

Im Folgenden wird der Filterschritt des Hyperraumfilterverfahrens für nichtlineare Systeme mit additivem Rauschen hergeleitet. Die Rauschprozesse in (2) seien für skalare Messungen durch Intervalle zulässiger Werte für v_k und für vektorielle Messungen durch ellipsoidale Mengen beschrieben.

Für die Berechnung des Filterschrittes muss eine Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ des Zustandsraums S in den Hyperraum S^* derart gefunden werden, dass die Messgleichung (2) in S^* in eine so genannte *pseudo-lineare* Messgleichung in S^* übergeht. Diese stellt eine *lineare* Beziehung zwischen den transformierten Zuständen $\underline{\mathbf{x}}_k^*$ und den transformierten Messungen $\underline{\mathbf{z}}_k^*$ dar, nicht jedoch zwischen den Zuständen $\underline{\mathbf{x}}_k$ und den Messungen $\underline{\mathbf{z}}_k$ im Originalraum S . Aus der Bedingung, dass die Messgleichung in S^* in pseudo-linearer Form vorliegen soll, ergibt sich die Dimension von S^* und die Art der verwendeten Funktionen $T_i(\underline{\mathbf{x}}_k)$ der Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\underline{\mathbf{x}}_k)$. Kann keine exakte Transformation auf eine lineare Messgleichung gefunden werden, so ist eine Näherung mit konservativer Approximation der zusätzlich durch die Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$ eingebrachten Approximationsfehler $\underline{\mathbf{e}}_T(\underline{\mathbf{x}}_k) \in \mathbb{R}^M$ erforderlich. Zur Herleitung der Transformation $\underline{\mathbf{T}}(\cdot)$, die im L_x -dimensionalen Raum S^* die N -dimensionale, universelle Submannigfaltigkeit U^* definiert, wird eine weitere, im Allgemeinen nichtlineare Transformation $\underline{\eta}_k(\cdot) : \mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}^{L_z}$ auf beide Seiten der gegebenen, nichtlinearen Messgleichung (2) angewendet, was auf

$$\underline{\eta}_k(\underline{\mathbf{z}}_k - \underline{\mathbf{v}}_k) = \underline{\eta}_k(\underline{\mathbf{h}}_k(\underline{\mathbf{x}}_k)) \quad (9)$$

führt. Die Transformation $\underline{\eta}_k(\cdot)$ definiert dabei eine M -dimensionale Submannigfaltigkeit W^* in einem L_z -dimensionalen Hyperraum $T^* = \mathbb{R}^{L_z}$. Aus dieser Transformation ergeben sich *nichtlineare Nebenbedingungen* für das Ergebnis des Filterschrittes. Um diese Nebenbedingungen in die Berechnung des Filterschrittes im Hyperraum S^* einzubringen, wird die linke Seite der Gleichung (9) exakt in eine affine Funktion des in den Hyperraum transformierten Messrauschens $\underline{\mathbf{v}}_k^*$ gemäß

$$\underline{\eta}_k(\underline{\mathbf{z}}_k - \underline{\mathbf{v}}_k) = \underline{\mathbf{z}}_k^* - \underbrace{\mathbf{G}_k^* \underline{\mathbf{v}}_k^*}_{\underline{\mathbf{v}}_k^*} \quad (10)$$

überführt. Dabei ist $\underline{\mathbf{z}}_k^* \in \mathbb{R}^{L_z}$ die transformierte Messung im Hyperraum S^* , welche nicht von $\underline{\mathbf{v}}_k^*$ abhängt. Das mit $\mathbf{G}_k^*$ transformierte Messrauschen kann zu einem Messrauschen $\underline{\mathbf{v}}_k^*(\underline{\mathbf{z}}_k) = \mathbf{G}_k^*(\underline{\mathbf{z}}_k) \underline{\mathbf{v}}_k^*$ zusammengefasst werden, welches wie $\mathbf{G}_k^*(\underline{\mathbf{z}}_k)$ eine Funktion der durchgeführten Messung $\underline{\mathbf{z}}_k$ ist. Die rechte Seite von (9) wird analog zu (10) in eine pseudo-lineare Form gemäß

$$\underline{\eta}_k(\underline{\mathbf{h}}_k(\underline{\mathbf{x}}_k)) = \mathbf{H}_k^* \underline{\mathbf{x}}_k^* \quad (11)$$

mit transformiertem Zustandsvektor $\underline{\mathbf{x}}_k^* \in S^*$ und $L_z \times L_x$ Messmatrix $\mathbf{H}_k^*$ erweitert. Im Allgemeinen ist die Erweiterung (11) nur näherungsweise möglich, das heißt

$$\underline{\eta}_k(\underline{\mathbf{h}}_k(\underline{\mathbf{x}}_k)) \approx \mathbf{H}_k^* \underline{\mathbf{x}}_k^*, \quad (12)$$

und die entstehenden Approximationsfehler $\underline{\mathbf{e}}_{T,k}(\underline{\mathbf{x}}_k) = \underline{\eta}_k(\underline{\mathbf{h}}_k(\underline{\mathbf{x}}_k)) - \mathbf{H}_k^* \underline{\mathbf{x}}_k^*$ müssen konservativ abgeschätzt werden. Aus (10) und (11) ergibt sich die pseudo-lineare Form der nichtlinearen Messgleichung (2) im Hyperraum S^* zu

$$\underline{\mathbf{z}}_k^* = \mathbf{H}_k^* \underline{\mathbf{x}}_k^* + \underbrace{\underline{\mathbf{v}}_k^*}_{\mathbf{G}_k^* \underline{\mathbf{v}}_k^*}, \quad (13)$$

wobei die Messmatrix $\mathbf{H}_k^*$ in S^* eine *lineare* Beziehung zwischen dem transformierten Zustandsvektor $\underline{\mathbf{x}}_k^*$ und den transformierten Messungen $\underline{\mathbf{z}}_k^*$ beschreibt.

3.4 Filteralgorithmus für pseudo-ellipsoidale Mengen

Im Falle der betrachteten, mengenbasierten Unsicherheitsmodellierung wird das lineare, mengenbasierte ellipsoidale Filter [10] mit der transformierten, pseudo-linearen Messgleichung (13) im Hyperraum S^* angewendet. Dadurch wird im Originalraum eine konservative Approximation $\mathcal{X}_k^p$ für die kompliziert geformte, wahre Menge aller möglichen Zustände $\tilde{\mathcal{X}}_k^e$ berechnet, die kompatibel mit der Messung und der prioren Schätzung $\mathcal{X}_k^p$ sind. Die additiven Unsicherheiten $\underline{\mathbf{v}}_k^*$ im Hyperraum S^* gemäß (13) seien mengenbegrenzt, das heißt $\underline{\mathbf{v}}_k^* \in \tilde{\mathcal{V}}_k^*$. Zur Anwendung des Hyperraumfilters muss die wahre Menge der transformierten Messunsicherheiten $\tilde{\mathcal{V}}_k$ durch eine ellipsoidale, konservative Approximation abgeschätzt werden [5]. Diese ellipsoidale, approximierende Menge $\mathcal{V}_k^*$ wird durch

$$\mathcal{V}_k^* = \left\{ \underline{\mathbf{v}}_k^* : (\underline{\mathbf{v}}_k^* - \hat{\underline{\mathbf{v}}}_k^*)^T (\mathbf{V}_k^*)^{-1} (\underline{\mathbf{v}}_k^* - \hat{\underline{\mathbf{v}}}_k^*) \leq 1 \right\} \quad (14)$$

beschrieben, wobei $\hat{\underline{\mathbf{v}}}_k^*$ der Mittelpunktvektor von $\mathcal{V}_k^*$ ist und $\mathbf{V}_k^*$ eine positiv definite, symmetrische Matrix. Die Anwendung der Filtergleichungen des linearen, mengenbasierten ellipsoidalen Filters [10] im Hyperraum S^* führt auf eine pseudo-ellipsoidale Menge $\mathcal{X}_k^{e,*}$ in S^* mit Mittelpunktvektor

$$\begin{aligned} \hat{\underline{\mathbf{x}}}_k^{e,*} &= \hat{\underline{\mathbf{x}}}_k^{p,*} + \lambda_k^* \mathbf{C}_k^{p,*} (\mathbf{H}_k^*)^T \\ &\times \left\{ \mathbf{V}_k^* + \lambda_k^* \mathbf{H}_k^* \mathbf{C}_k^{p,*} (\mathbf{H}_k^*)^T \right\}^{-1} (\underline{\mathbf{z}}_k^* - \hat{\underline{\mathbf{v}}}_k^* - \mathbf{H}_k^* \hat{\underline{\mathbf{x}}}_k^{p,*}) \end{aligned} \quad (15)$$

und positiv definiter Matrix $\mathbf{C}_k^{e,*}$ gemäß

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k^{e,*} &= d_k^* \mathbf{P}_k^*, \\ \mathbf{P}_k^* &= \mathbf{C}_k^{p,*} - \lambda_k^* \mathbf{C}_k^{p,*} (\mathbf{H}_k^*)^T \\ &\times \left\{ \mathbf{V}_k^* + \lambda_k^* \mathbf{H}_k^* \mathbf{C}_k^{p,*} (\mathbf{H}_k^*)^T \right\}^{-1} \mathbf{H}_k^* \mathbf{C}_k^{p,*}, \end{aligned} \quad (16)$$

wobei d_k^* durch

$$\begin{aligned} d_k^* &= 1 + \lambda_k^* - \lambda_k^* (\underline{\mathbf{z}}_k^* - \hat{\underline{\mathbf{v}}}_k^* - \mathbf{H}_k^* \hat{\underline{\mathbf{x}}}_k^{p,*})^T \\ &\times \left\{ \mathbf{V}_k^* + \lambda_k^* \mathbf{H}_k^* \mathbf{C}_k^{p,*} (\mathbf{H}_k^*)^T \right\}^{-1} (\underline{\mathbf{z}}_k^* - \hat{\underline{\mathbf{v}}}_k^* - \mathbf{H}_k^* \hat{\underline{\mathbf{x}}}_k^{p,*}) \end{aligned} \quad (17)$$

gegeben ist. Der Fusionsparameter $\lambda_k^* \in [0, \infty)$ muss dabei so gewählt werden, dass ein Maß für das Volumen der approximierenden Menge $\mathcal{X}_k^e$ im *Originalraum* S minimiert wird. Für diese Berechnung muss im Allgemeinen auf numerische Verfahren zur Auswertung eines Maßes für das Volumen von $\mathcal{X}_k^e$ zurückgegriffen werden.

3.5 Lokalisierung im Falle nichtlinearer Abstandsmessungen

Im Folgenden wird an einem einfachen Simulationsbeispiel gezeigt, wie das Problem der Lokalisierung mittels nichtlinearer Abstandsmessungen auf ein Schätzproblem zurückgeführt und mit dem vorgestellten, nichtlinearen Filterverfahren im Hyperraum behandelt werden kann. Gegeben sei ein statischer Beobachter B (Bild 4) an der Stelle $\underline{x}_{B,k} = [0,5, 0]^T$, der zwei unsichere Abstandsmessungen zu den bekannten Landmarken L_1 und L_2 an den Positionen $\underline{x}_{L_l} = [x_{L_l}, y_{L_l}]^T$, $l = 1, 2$ durchführt. Diese Messungen werden durch die Gleichungen

$$\begin{aligned} z_{1,k} &= (x_{B,k} - x_{L_1})^2 + (y_{B,k} - y_{L_1})^2 + v_{1,k}, \\ z_{2,k} &= (x_{B,k} - x_{L_2})^2 + (y_{B,k} - y_{L_2})^2 + v_{2,k}, \end{aligned} \quad (18)$$

mit $z_{l,k} = d_l^2$, $l = 1, 2$ beschrieben, wobei $v_{l,k}$ additives, mengenbegrenzttes Messrauschen ist. Eine priore Schätzung für die Lage von B sei durch die Menge $\mathcal{X}_{B,k}^p$ gegeben, siehe Bild 4. Die wahre Position des Beobachters $\underline{x}_{B,k}$ ist wie für die mengenbasierte Filterung erforderlichlich in $\mathcal{X}_{B,k}^p$ enthalten. Der Schwerpunkt von $\mathcal{X}_{B,k}^p$ wird dabei ohne Beschränkung der Allgemeinheit des Beispiels zu $[0, 0]^T$ gewählt. Für die Anwendung des Hyperraumfilters werden die Abstandsmessgleichungen (18) separat gemäß dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Verfahren in einen $L_x = 4$ -dimensionalen Hyperraum S^* erwei-

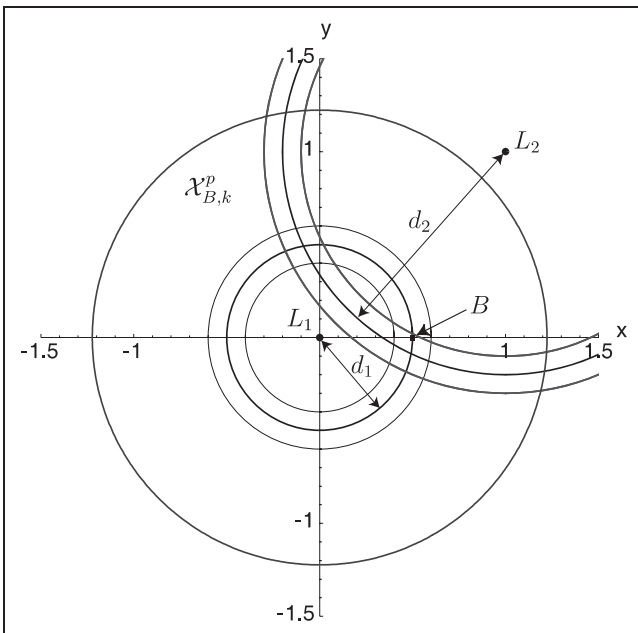


Bild 4: Ausgangssituation: Ein Beobachter B mit geschätzter, priorer Menge aller möglichen Lagen $\mathcal{X}_{B,k}^p$ führt zwei Abstandsmessungen d_1 und d_2 zu den Landmarken L_1 und L_2 durch.

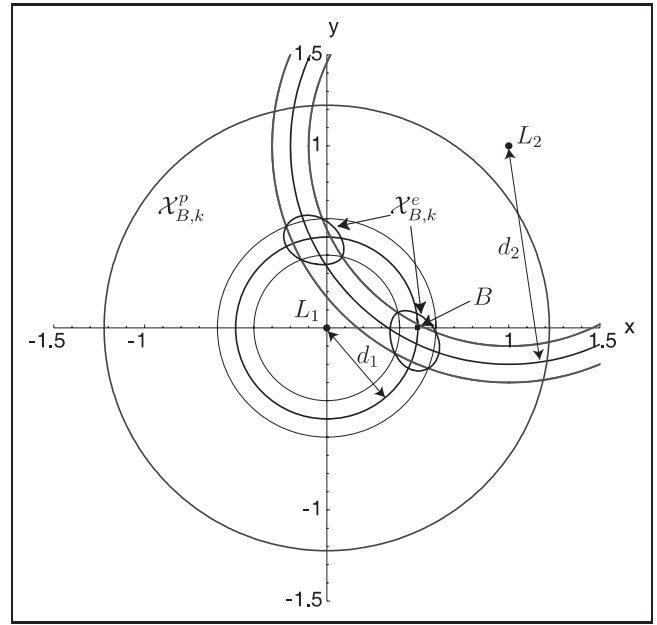


Bild 5: Geschätzte Menge $\mathcal{X}_{B,k}^e$ aller möglichen Lagen von B nach Durchführung des nichtlinearen Filterschrittes mit dem Hyperraumfilterverfahren. Bitte beachten Sie: Die Menge $\mathcal{X}_{B,k}^e$ besteht, wie erwartet, aus zwei disjunkten Teilmengen. Eine Modellierung durch einfache, ellipsoidale Mengen wäre daher nicht angemessen.

tert, wobei die nichtlineare Transformation $\eta_k(\cdot)$ als die Einheitsabbildung $\eta_k(z) = z$ gewählt wird. Die Wahl eines höherdimensionalen Hyperraums S^* ergibt noch bessere Approximationen für das optimale Filterergebnis. Mit $\eta_k(z) = z$ folgt der transformierte Zustandsvektor $\underline{x}_{B,k} = [x_{B,k}, y_{B,k}, x_{B,k}^2, y_{B,k}^2]^T$ und die zugehörigen Messmatrizen $\mathbf{H}_{l,k}^* = [-2x_{L_l}, -2y_{L_l}, 1, 1]^T$, $l = 1, 2$.

Die zwei unsicherheitsbehafteten Messungen seien als $d_1 = 0,5$, $d_2 = 1,2$ mit zugehörigen Unsicherheiten $v_{1,k}^* \in [-0,09, 0,11]$, $v_{2,k}^* \in [-0,23, 0,25]$ gegeben. Nach Durchführung der beiden Filterschritte gemäß (15), (16), (17) und Rücktransformation der resultierenden, pseudo-ellipsoidalen Menge $\mathcal{X}_{B,k}^{e,*}$ in den Originalraum S ergibt sich die in Bild 5 dargestellte Schätzung $\mathcal{X}_{B,k}^e$ für die Lage des Beobachters. Die wahre Lage von B entspricht *nicht* dem Schnittpunkt der eingezeichneten Messungen d_1 , d_2 , da diese mit Fehlern behaftet sind. Die Unsicherheiten $v_{1,k}^*$, $v_{2,k}^*$ korrespondieren dabei mit einer Unsicherheit von 0,1 in der gemessenen Entfernung, wie in Bild 4 ersichtlich ist. Man erkennt an Hand der eingezeichneten Abstandsmessungen d_1 , d_2 , dass $\mathcal{X}_{B,k}^e$ eine gute Approximation für die wahre Menge $\tilde{\mathcal{X}}_{B,k}^e$ darstellt. Die Fläche der geschätzten Menge $\mathcal{X}_{B,k}^e$ beträgt $A^e \approx 0,137$, die Fläche der exakten Menge aller möglichen Beobachterpositionen $\tilde{\mathcal{X}}_{B,k}^e$ ist $\tilde{A} \approx 0,085$.

4 Experimentelle Validierung

4.1 Lokalisierung im Falle relativer Winkelmessungen

Zur experimentellen Validierung des vorgestellten Verfahrens wird das Problem der Lokalisierung eines mobilen

Roboters im Falle reiner Winkelmessungen betrachtet [5]. Die Behandlung dieses Problems mit Hilfe des vorgestellten Hyperraumfilterverfahrens erfolgt in zwei Schritten. Im ersten Schritt wird das Problem der Lokalisierung mittels Winkelmessungen auf die Lokalisierung mittels *relativer* Winkelmessungen zurückgeführt [4]. Es wird ein ebenes Lokalisierungsproblem betrachtet, das heißt die Position des Roboters ist durch $\underline{x}_k = [x_k, y_k]^T$ gegeben. Die relativen Winkelmessungen $\hat{\gamma}_k^{i,j}$ zu je zwei Landmarken L_i, L_j in der Umgebung des Roboters sind per Definition invariant gegenüber der Rotation ψ_k des Roboters. Durch jede dieser unsicherheitsbehafteten, relativen Winkelmessungen $\hat{\gamma}_k^{i,j}$ wird eine sichelförmige Menge $\tilde{\mathcal{M}}_k^{(i,j)}$ möglicher Positionen $\underline{x}_R$ definiert, in welcher sich der Roboter garantiert befindet, wenn die Annahmen über die Messunsicherheiten korrekt sind. In Bild 9 ist grau schraffiert die Menge $\tilde{\mathcal{M}}_k^{(1,2)}$ dargestellt, welche sich durch eine relative Winkelmessung $\hat{\gamma}_k^{1,2}$ zu den beiden auf der x-Achse befindlichen Landmarken ergibt.

In einem zweiten Schritt wird zur Anwendung des nicht-linearen Hyperraumfilters eine *exakte* Transformation der Messgleichung zur Beschreibung relativer Winkelmessungen in eine systemtheoretische Darstellung gemäß (2) durchgeführt [5]. Durch das Hyperraumfilterverfahren wird rekursiv eine enge, konservative Approximation für die wahre Menge $\tilde{\mathcal{X}}_k$ möglicher Roboterpositionen berechnet. Für die vorgestellten experimentellen Untersuchungen wurde die Transformation $\underline{\eta}_k(z) = [z, z^2]^T$ auf die transformierte Messgleichung angewendet und ein Verfahren zur Berechnung einer optimierten Approximation $\mathcal{V}_k$ für die transformierte Messunsicherheit $\tilde{\mathcal{V}}_k$ verwendet [4;5]. Durch Anwendung der Transformation $\underline{\eta}_k(\cdot)$ ergibt sich ein 8-dimensional transformierter Zustandsvektor $\underline{x}_k^*$.

Die Orientierung ψ_k des Roboters kann dann in einem Folgeschritt direkt mit der geschätzten Position $\hat{\underline{x}}_{R,k}^e$ und den gemessenen Winkeln ermittelt werden [10], was hier jedoch nicht betrachtet wird. Des Weiteren wird vorausgesetzt, dass die Unsicherheit in der Position der Landmarken und damit im gegebenen Weltmodell vernachlässigbar gegenüber den Unsicherheiten in den Messungen ist. Ferner sei die Zuordnung der Messungen zu den Landmarken in der Umgebung vorab bestimmt worden [10].

4.2 Ergebnis des Lokalisierungsexperiments

Bild 6 zeigt den für die Experimente verwendeten mobilen Roboter ROMAN II, der am Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik der Technischen Universität München im Rahmen des durch die Bayerische Forschungsförderung geförderten Projektes DIROKOL¹ entwickelt wurde.

Er verfügt als externe Sensorik über einen omnidirektionalen Lokalisierungssensor auf Basis einer Digitalkamera mit IEEE 1394-Interface. Mit diesem Sensor werden unter Verwendung eines schnellen Kreuzkorrelationsalgorithmus [3]



Bild 6: Experiment zur Lokalisierung im Falle relativer Winkelmessungen: Der mobile Serviceroboter ROMAN II in seiner Einsatzumgebung.

absolute Winkelmessungen $\underline{z}_k = [\alpha_k^1, \dots, \alpha_k^K]^T$ zu bekannten natürlichen und künstlichen, passiven Landmarken $L_i, i = 1 \dots K$ in der Umgebung bestimmt. Natürliche Landmarken sind in der Umgebung vorhandene, kontrastreiche Strukturen mit bekannter Position. Als künstliche Landmarken werden Retroreflektoren verwendet, die sich auch bei schlechten Lichtverhältnissen robust detektieren lassen, da sie aktiv durch den Lokalisierungssensor beleuchtet werden können. Der Roboter, in Bild 7 mit R gekennzeichnet, befindet sich an der Position $\underline{x}_k = [3,78 \text{ m}, 1,50 \text{ m}]^T$ in seiner prototypischen Versuchsumgebung. An dieser Stelle misst er Winkel $\alpha_i, i = 1 \dots 6$ zu $K = 6$ von insgesamt 10 künstlichen Landmarken in der Umgebung. Die Lokalisierung des Roboters wurde offline mittels der aufgenommenen Winkelmessungen berechnet.

Aus den absoluten Winkelmessungen $\alpha_i, i = 1 \dots 6$ werden die relativen Winkel $\hat{\gamma}_k^{i,j}$ berechnet. Für die priore Lageschätzung $\mathcal{X}_k^p$ wird eine Menge angenommen, die kein Vorwissen über die Roboterposition verwendet, siehe Bild 7. Sukzessive Anwendung der Filtergleichungen (15), (16) für jedes Paar (i, j) von Landmarken L_i, L_j ergibt die gewünschte Schätzung $\hat{\underline{x}}_k^{e,R}$ der Position des Roboters zusammen mit der Menge aller möglichen Positionen $\mathcal{X}_k^e$, die kompatibel mit den durchgeführten Messungen sind. Um diese Größen zu berechnen, wird die pseudo-ellipsoidale Menge $\mathcal{X}_k^{e,*}$ gemäß (5) auf einer zweidimensionalen Mannigfaltigkeit U^* ausgewertet, wobei U^* in dem $L_x = 8$ -dimensionalen Hyperraum S^* durch die nichtlineare

¹ DIROKOL steht für „Dienstleistungsroboter in kostengünstiger Leichtbauweise für die Pflege“.

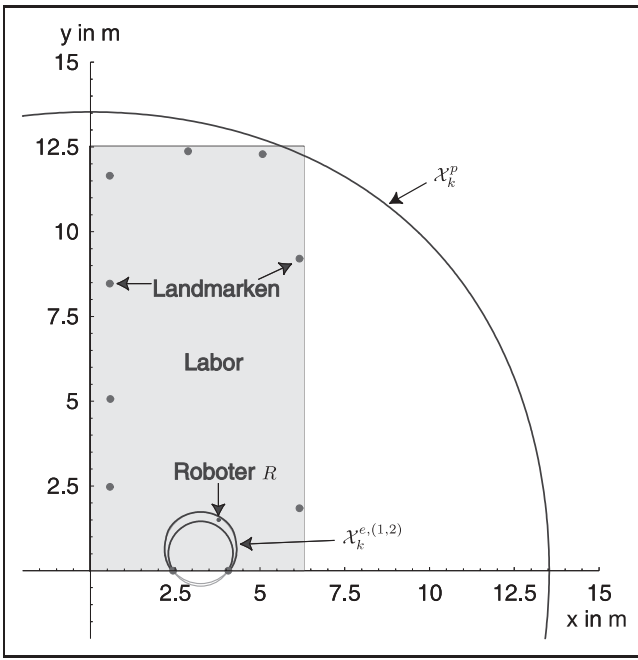


Bild 7: Lokalisierung mit relativen Winkelmessungen im Falle einer mengenbasierten Unsicherheitsbeschreibung: Der mobile Roboter R führt Winkelmessungen zu sechs Landmarken L_i in seiner Umgebung durch. Ergebnis der Schätzung nach dem ersten Filterschritt.

Transformation $\mathbf{T}(\cdot)$ gemäß (3) definiert ist. Daraus ergibt sich eine implizite, polynomiale Beschreibung achter Ordnung für die Menge $\mathcal{X}_k^e$ im Originalraum S . Aus dieser impliziten Beschreibung können charakteristische Werte von $\mathcal{X}_k^e$, wie die Begrenzung der Menge oder der Flächenschwerpunkt, numerisch mit Hilfe einer Rücktransformation in den Originalraum S berechnet werden.

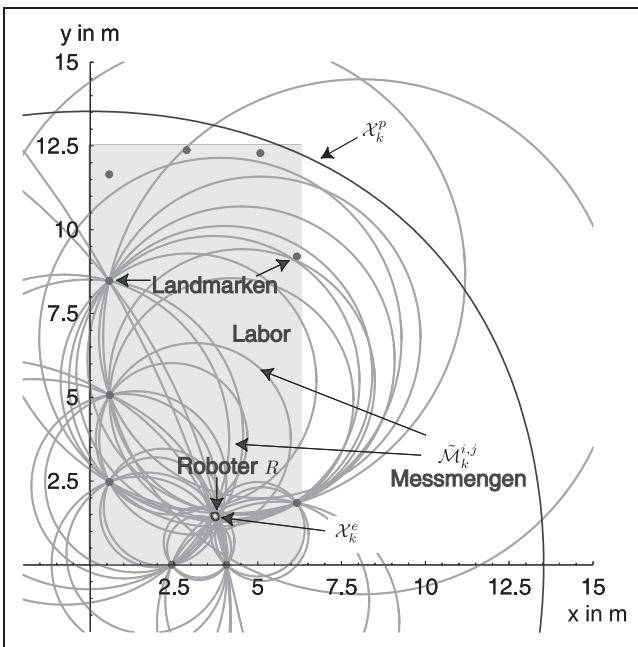


Bild 8: Experiment: Lokalisierung eines mobilen Roboters R mit relativen Winkelmessungen im Falle einer mengenbasierten Unsicherheitsbeschreibung. Ergebnis der Schätzung nach Fusion aller Messungen.

Das Ergebnis in Bild 9 zeigt, dass die wahre Menge $\tilde{\mathcal{M}}_k^{(1,2)}$ sehr genau approximiert wird. Eine Approximation von $\tilde{\mathcal{M}}_k^{(1,2)}$ mit Ellipsoiden oder achsenparallelen Rechtecken [9] wäre erheblich konservativer als die berechnete Menge $\mathcal{X}_k^{e,(1,2)}$. Bild 8 und der vergrößerte Ausschnitt Bild 10 zeigen das Endergebnis der Filterung, nachdem alle Messungen $\hat{\gamma}_k^{i,j}$ berücksichtigt wurden. Die wahre Roboterposition $\tilde{x}_k$ liegt in der Schnittmenge $\tilde{\mathcal{X}}_k^M$ aller durch die Messungen definierten Mengen $\tilde{\mathcal{M}}_k^i$. Man erkennt, dass durch den vorgeschlagenen Algorithmus eine enge konservative Approximation $\mathcal{X}_k^e$ für diese wahre Menge aller möglichen Roboterpositionen $\tilde{\mathcal{X}}_k^e = \tilde{\mathcal{X}}_k^M$ berechnet wurde. Die wahre Roboterposition $\tilde{x}_k$ ist garantiert in $\mathcal{X}_k^e$ enthalten, wenn die gemessenen Winkel sich innerhalb der angenommenen Unsicherheitsintervalle befinden.

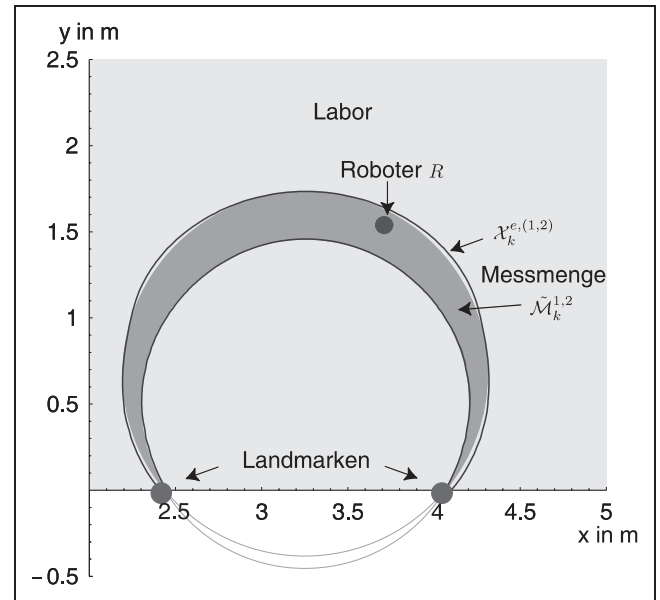


Bild 9: Vergrößerter Ausschnitt von Bild 7: Exakte, durch die Messung definierte Menge $\tilde{\mathcal{M}}_k^{1,2}$ möglicher Positionen des Roboters R und das Ergebnis der Schätzung nach dem ersten Filterschritt.

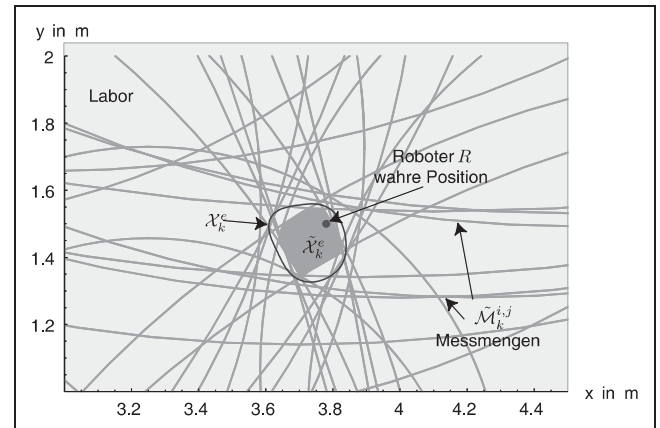


Bild 10: Vergrößerter Ausschnitt von Bild 8: Positionsschätzung $\mathcal{X}_k^e$ und die wahre Menge aller möglichen Roboterpositionen $\tilde{\mathcal{X}}_k^e$ nach Fusion aller Messungen.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In diesem Beitrag wurde ein neuartiges, nichtlineares Filterverfahren und dessen Anwendung zur Behandlung von Lokalisierungsproblemen vorgestellt. Die *Kernidee* des Filterverfahrens besteht darin, das gegebene, nichtlineare Filterproblem in einen höherdimensionalen Zustandsraum zu transformieren, in welchem dann ein *lineares* Filterverfahren zur Lösung des gegebenen Problems verwendet wird.

Der Vorteil des vorgestellten Verfahrens gegenüber häufig verwendeten, linearisierenden Filterverfahren wie dem *EKF* [15] oder dem mengenbasierten Ellipsoidfilter [7] ist, dass das resultierende Filterergebnis des neuen Verfahrens eine bessere Approximation der theoretisch optimalen, aber in der Regel nicht geschlossen berechenbaren Lösung ist. Im Filterschritt ermöglicht das Verfahren darüber hinaus die geschlossen analytische Berechnung dieses Filterergebnisses für Systeme mit nichtlinearer Messgleichung. Dadurch ist der erforderliche Rechenaufwand im Vergleich zu Verfahren, die auf einer Diskretisierung des Zustandsraums basieren, wie den bekannten gitterbasierten Verfahren [2] oder den Partikelfiltern [20] im Allgemeinen erheblich geringer. Für die Berechnung des Prädiktionsschrittes muss bisher allerdings noch auf iterative Verfahren zurückgegriffen werden, die mit einem erhöhten Rechenaufwand verbunden sind [5].

Die Leistungsfähigkeit des vorgestellten Verfahrens wurde am Beispiel eines Lokalisierungsproblems im Falle nichtlinearer Abstandsmessungen und Experimenten zur Lokalisierung eines mobilen Roboters mittels reiner Winkelmessungen demonstriert.

Danksagung

Die in diesem Beitrag beschriebene Arbeit entstand auf Anregung unseres Doktorvaters Univ.-Prof. (em.) Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Günther Schmidt, welchem wir für seine hilfreichen Ratschläge zum Manuskript danken möchten. Die Arbeit wurde im Rahmen des Projekts „DIROKOL“ von der Bayerischen Forschungsförderung (BFS) gefördert.

Literatur

- [1] T. Bailey, E. Nebot: *Localization in Large-Scale Environments*, Robotics and Autonomous Systems, Vol. 37, No. 4, pp. 261–281, 2001.
- [2] N. Bergman: *Recursive Bayesian Estimation: Navigation and Tracking Applications*, PhD thesis, Department of Electrical Engineering Linköping University, ISBN 91–7219–473–1, 1999.
- [3] K. Briechle, U. D. Hanebeck: *Template Matching using Fast Normalized Cross Correlation*, Proceedings of SPIE, Vol. 4387, pp. 95–102, Orlando, Florida, USA, April 2001.
- [4] K. Briechle, U. D. Hanebeck: *Localization of a Mobile Robot using Relative Bearing Measurements*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 20, Issue 1, pp. 36–44, February 2004.
- [5] K. Briechle: *Nichtlineare Filterverfahren mit Anwendungen auf Lokalisierungsprobleme*, Dissertation, TU München, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8: Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik, Nr. 1033, VDI Verlag, Düsseldorf, ISBN 3-18-503308-6, 2004.
- [6] J. A. Castellanos, J. M. Martínez, J. Neira, J. D. Tardós: *Simultaneous Map Building for Mobile Robots: A Multisensor Fusion Approach*, IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA'98), pp. 1244–1249, Leuven, Belgium, May 1998.
- [7] M. F. Cheung, S. Yurkovich und K. M. Passino: *An Optimal Volume Ellipsoid Algorithm for Parameter Set Identification*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 38, No. 8, pp. 1292–1296, 1993.
- [8] D. Fox: *Markov Localization: A Probabilistic Framework for Robot Localization and Navigation*, Institute of Computer Science III, University of Bonn, Germany, Doctoral Thesis, 1998.
- [9] A. Garulli und A. Vicino: *Set Membership Localization of Mobile Robots via Angle Measurements*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, No. 4, pp. 450–463, 2001.
- [10] U. D. Hanebeck: *Lokalisierung eines mobilen Roboters mittels effizienter Auswertung von Sensordaten und mengenbasierter Zustandsschätzung*, Dissertation, TU München, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 8: Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik, Nr. 643, VDI Verlag, Düsseldorf, ISBN 3-18-364308-1, 1997.
- [11] U. D. Hanebeck und J. Horn: *An Efficient Method for Simultaneous Map Building and Localization*, in Proceedings of SPIE Vol. 4385, AeroSense Symposium, Orlando, Florida, 2001.
- [12] U. D. Hanebeck: *Nonlinear Methods for State Estimation in Stochastic Dynamic Systems – A Concise Introduction*, Habilitationsschrift der Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Technische Universität München, 2002.
- [13] J. Horn, U. D. Hanebeck, K. Riegel, K. Heesche und W. Hauptmann: *Nonlinear Set-Theoretic Position Estimation of Cellular Phones*, Ortung und Navigation, Journal der Deutschen Gesellschaft für Ortung und Navigation e.V. (DGON), Vol. 1, pp. 93–99, 2002.
- [14] K. S. Huang and M. M. Trivedi: *Video Arrays for Real-Time Tracking of Persons, Head, and Face in an Intelligent Room*, Machine Vision and Applications, Vol. 14, Issue 2, pp. 103–111, 2003.
- [15] V. Krebs: *Nichtlineare Filterung*, Oldenbourg Verlag München, 1980.
- [16] H. J. Kushner und A. Budhiraja: *A Nonlinear Filtering Algorithm Based on an Approximation of the Conditional Distribution*, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 45, No. 3, pp. 580–585, 2000.
- [17] D. Meisel, A. Preciado-Ruiz und E. Halbwachs: *Estimation of the Location of a Mobile Robot: Geometric Approaches*. In *Bounding Approaches to System Identification*, M. Milanese, J. P. Norton, H. Piet-Lahanier, and E. Walter Eds., Plenum Press, pp. 463–489, London, New-York, 1996.
- [18] S. I. Roumeliotis und G. A. Bekey: *Bayesian Estimation and Kalman Filtering: A Unified Framework for Mobile Robot Localization*, IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA 2000), pp. 2985–2992, San Francisco, CA, April 2000.
- [19] F. C. Schweppe: *Uncertain Dynamic Systems*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, ISBN 0–13–935593–6, 1973.
- [20] S. Thrun, D. Fox, W. Burgard und F. Dellaert: *Robust Monte Carlo Localization for Mobile Robots*, Artificial Intelligence, Vol. 128, No. 1–2, pp. 99–141, 2000.



Dr.-Ing. Kai Briechele Der Autor arbeitet seit November 2003 bei der DR. JOHANNES HEIDENHAIN GmbH im Bereich der Entwicklung von Algorithmen und Software für Antriebsregelungen.

Adresse: Dr. Johannes Heidenhain GmbH, Dr.-Johannes-Heidenhain-Straße 5, 83301 Traunreut,
E-Mail: briechele@heidenhain.de



Prof. Dr.-Ing. Uwe D. Hanebeck ist Inhaber des Lehrstuhls für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme an der Universität Karlsruhe (TH). Hauptarbeitsgebiete: Nichtlineare Schätzverfahren, Sensor-Aktor-Netzwerke, Robotik, Telepräsenzsysteme.

Adresse: Universität Karlsruhe (TH), Lehrstuhl für Intelligente Sensor-Aktor-Systeme (ISAS), Kaiserstr. 12, 76128 Karlsruhe, Tel.: +49-721-608-3909, Fax: +49-721-608-3962,
E-Mail: hanebeck@ira.uka.de



Oldenbourg



Rechnen mit DNA

Eine Einführung in Theorie und Praxis

**Computer nach dem Vorbild der Natur.
Ein Konzentrat des aktuellen Basiswissens
zu diesem Thema.**

Das Buch bietet eine umfassende und systematische Einführung in das interdisziplinär geprägte Wissensgebiet des DNA-Computing einschließlich seiner mathematischen wie auch molekularbiologischen Grundlagen. Im Zentrum des DNA-Computing stehen biologische Rechner, bei denen organische Moleküle als Speichermedium dienen und Rechenoperationen durch geeignete molekularbiologische und biochemische Prozesse im Reagenzglas ausgeführt werden. Algorithmen, die DNA-basiert konstruiert sind, nutzen eine massive Datenparallelität, die es ermöglicht, mit DNA-Computern Leistungsparameter zu erreichen, die einen Vergleich zu bekannter elektronischer Rechentechnik herausfordern. Bereits heute existiert eine Vielzahl interessanter praktischer Anwendungsfelder, deren Kommerzialisierung schon begonnen hat. Neben der Vermittlung von Basiswissen zum DNA-Computing werden Modelle, Methoden und Techniken vorgestellt, die eine Realisierung im Labor vorbereiten. Einen Schwerpunkt bildet die labornahe Simulation von Prozessen des DNA-Computing.

„Eine gute Mischung aus theoretischen Grundlagen und praxisrelevanten Ausführungen. Ein ausgezeichnete Einstiegspunkt für alle, die sich mit der faszinierenden Welt des DNA-Computing vertraut machen wollen.“

Sergei Sawitzki

Thomas Hinze, Monika Sturm

Rechnen mit DNA

Eine Einführung in Theorie und Praxis

2004. 316 Seiten, Broschur.

€ 59,80 | ISBN 3-486-27530-5

Bestellungen über den Buchhandel oder direkt:

Fax: (089) 45051-333 · E-Mail: verkauf-f@oldenbourg.de

www.oldenbourg.de